Joel E. Cohen,

A Model of Simple Competition: 1966,

The Annals of the Computation Laboratory of Harvard University, Vol. XLI, pp. x+138.

新　家　健　精

本書は題名からも示されるように、競争状況に関する一つのモデルを取扱っている。

最適戦略の決定をめぐるゲームの理論は別格として、競争状況とくにその結果に関する記述を主なねらいとする量的な分析方法は現在様々な角度から取扱われている。

例えば集中度を問題とするものには、ジニの集中係数やローレンツ曲線そしてエントロピー概念を応用したタイルの方法などがある。一方、企業の規模分布については対数正規分布やパレート分布が経験的に適合性の高いことが示されており、生物学的展開に強力な根拠をおく伝統的なユール分布も見逃せない。さらに最近ではこれら企業規模との関連において成長を論じたジブラの比例効果や、それを拡張解釈するための自己相関の導入など動態的な視点をも含んで話題は賑やかである。

〔一〕　序に引続く第一章および第二章でとりあげるＯＲＩモデルもこうした潮流の一つであって、それは、生態学的解釈の妥当性を根拠の大半におく企業規模分布のためのモデルである。

ＯＲＩモデルは、Ordered Random Interval Model の略であり、それは与えられた長さ s の線分を無作為に $n-1$ 個の点で切った場合に生じる n 個の区間（二つの点がともに同一の個所を切る確率はゼロ）において、それらを小さい方から順に数えて r 番目の区間の長さを確率変数 x_r とするものである。

x_r の期待値および分散は次で与えられる。

$$E(x_r)=\frac{s}{n}\sum_{i=1}^{r}(n+1-i)^{-1}$$

$$Var(x_r)=\frac{1}{n+1}\left\{\frac{s^2}{n}\sum_{i=1}^{r}(n+1-i)^2-E^2(x_r)\right\}$$

x_r の確率分布を評して生物学者Ｒ・Ｈ・マッカーサーは次のように述べている。この分布は、ある共通した環境にたつ、それもとくに食生活の状況が等質的であるとみなされる n 個の異なった

種からなる生物集団から、s個の個体を無作為に抽出するとき、少い方からr番目の種に属するものの個数の分布に類似していると。そしてＯＲＩモデルをして適当な条件の下で種の保存に関する自然淘汰の原則になぞらえることが可能であることを示唆している。この場合、適当な条件については数多くの生態学上の観測示例から大体次のことが結論されているようである。まず第一に対象たる集団に属する各々の種の個数が歴史的に安定していること。第二に、分類学上各々の種が近接した関係にあること。第三に地理学的にみて斉一性のある、したがって具体的には比較的小規模の範囲の地域から標本を抽出すること等である。後述するようにこの観点はモデルの経済現象への適用に際して重要な意味をもっている。ＯＲＩモデルがもつ長所の一つは臨界値の導入が容易なことである。すなわち、分割されたn個の区間が少なくとも長さ△以上、いい換えれば $s-n\triangle$ 個の線分をn区間に分割する問題を考慮できることである。この際のr番目の大きさの区間の長さの期待値g_rは容易に

$$g_r=\left(\frac{s}{n}-\triangle\right)\sum_{i=1}^{r}(n+1-i)^{-1}+\triangle$$

で与えられる。明かに $\triangle\to 0$ であれば $g_r\to G_r$ であり、$\triangle\to\frac{s}{n}$ のとき $g_r\to\frac{s}{n}$ となり、各区間は一様になって、直観とも合致している。

一般に臨界値の推定をさぐる問題については、例えばＨ・Ａ・サイモン著（宮沢光一監訳）『人間行動のモデル』二七九頁……各産業についてもっとも興味深い問題はおそらくわれわれが最小の経済規模についての、なんらかの証拠を規模分布からみつけることができるかどうかということである……に示されるように推定困難であることがいわれているが、ＯＲＩモデルに於いてはそれがデータから直接、最小自乗法によって

$$\hat{\triangle}=\sum_{i=1}^{r}(x'_r-G_r)\left(1-\frac{nG_r}{s}\right)\Big/\sum_{i=1}^{r}\left(1-\frac{nG_r}{s}\right)^2$$

によって推定できることが示されている。ここでx'_rはr番目の規模のものの観測値である。勿論、こうした求め方以外に、研究対象たる現実世界から客観的に計測できる場合があることはいうまでもない。なお$\hat{\triangle}$についてはそれが負値になり得ることも考えられるが、その場合にはrの小さい値に対してg_rはG_rよりも小さくなり、rの大きい値に対してはg_rがG_rよりも大になり、結果として規模分布の歪度が増大することを示している。

〔二〕　ＯＲＩモデルが自然界における淘汰といった複雑な現象に対するにはそれが余りにも単純なアナロジーのみである感を免れない。そこで第三章ではこうしたモデルがもつ説明力の貧弱さを補鎮する意味から、ＯＲＩモデルに極めて類似した確率構造をもつ Balls and Boxes Model 略してＢＡＢモデルをとりあげ、とくにＯＲＩモデルの経済現象への適用に際していくぶんたりとも解釈上の豊潤化を許ろうとしている。

　ＢＡＢモデルは、まづ十分に多くのボールを収容できるそれぞれ相異なった標識の箱 n 個を用意する。n 人のプレイヤーは自分の名前を書いたボールを順々に無作為にこれらの箱に投ずる。もっとも、ボールは必ずいずれかの箱に入るように仕向けておくものとする。このゲームの停止規則は次で与えられる。

　一、各プレイヤーは少なくとも一個のボールを投げ、終了時には少なくとも一個のボールが全ての箱に入っている。

　二、任意の二人のプレイヤーが投入した箱の構成は、たとい各々の構成について箱の種類が異なっていても含まれてるボールの個数が相違していなければならない。

　つまり、各プレイヤーはそれぞれ各自が持っている r という

—Joel E. Cohen, *A Model of Simple Competition*—

数に応じた種類の箱を得るまでボールを投げねばならない。

　三、各プレイヤーは出来るだけ投げるボールの個数を最少限におさえるように努力する。結局、一番目のプレイヤーは一個のボールを、二番目のプレイヤーは二つの箱にボールを投げればよく、したがって最低二個のボールを投ずる必要がある等々である。

　以上のＢＡＢモデルに於て、r 番目のプレイヤーが投げるボールの個数の全体として投げられるボールの総数に対する割合 ϕ_r を確率変数と考えると、確率母関数を利用して容易に、

$$E(\phi_r)=n^{-1}\sum_{i=1}^{r}(n+1-i)^{-1}$$

$$V(\phi_r)=n^{-3}\sum_{i=1}^{r}(i-1)/(n+1-i)^2$$

が得られる。したがって期待値についていえばＯＲＩモデルの $s=1$ なる単位長さの場合に一致しており、分散についても r の変化に対してＯＲＩモデルの方が若干フラットになっている程度で、これだけからもこれら二つのモデルの分布構造が比較的類似していることが窺われよう。

　ＢＡＢモデルに対する生物学的解釈は次のようになる。すな

わち、与えられた時点における自然淘汰の均衡状態に於いて、厳格な意味での生態的な同質的地域（Nische）で観測される個数の少ない方からr番目のものの標本全体に対する割合である。勿論、生態的な同質条件をどのように定義するかは極めて微妙であって、遠くはダーウィンの観測したガラパゴス諸島におけるフインチの生態状況などからもこのことは十分指摘されるようである。臨界値△に関してはそれが正の値であるならば、その値に等しい回数の投げがn人のプレイヤーに任意に割当てられることと同等であるとも解釈出来、その値が十分大である場合にはどのプレイヤーの投げる回数も等しくなることがわかる。

ＯＲＩモデルの補佐役としてＢＡＢモデルを登場させた理由は、今述べた臨界値の解釈とは別に、とり得る値が正であるか負であるかに従って、経済現象とりわけ単一生産物市場における競争状況の動学的方向づけが可能になる点からである。つまり各プレイヤーを単一生産市場への参入を試みる企業にみたてるならば、市場競争が初期の段階では負の臨界値が、成熟期には零に近い値が、そして老齢期には正の値が対応し、例えば老齢期の場合にはそれだけ余分の回数の投げを認めることにより参入を意図するプレイヤーの数が増大し、各企業のもつ市場占有率の相対的低下が結論されよう。

なお、ＢＡＢモデルの改良型として停止規則㈡を変更して、ゲームの終了時に於いて、任意の二人のプレイヤーのボールが占める箱の種類の構成が全て相違している、を考えることが出来るが、これとても変更の主たる理由が、生物学的見地からみてこの改良型モデルの方がいわゆる熱帯地方における種の多様性をよく反映しているという点にとどまっているに過ぎない。

〔三〕　ＯＲＩモデルを社会現象、とくに経済現象としての競争状況に適用するに当っては、先に述べた生物界における種の保存関係を検討する際の基本条件の経済現象へのアナロジーを十分確保しておかねばならない。

まず第一にＯＲＩモデルがある意味で均衡状況が維持されているような種に対して積極的に活用出来ることを挙げたが、それに対応する具体的内容を規模分布の観点から把えるならば、対象企業が十分長い歴史を保持していること、需要面および供給面の年次的変化が極端に著しくないこと、十分な投資活動を行なっていること、が要約されよう。次にいわゆる種族的にみて親類関係が比較的強力であることが要求されたが、これに類

似した意味で当該諸企業が単純かつ統一性のとれた企業活動を呈示していることが要請される。もっともこうした統一性を企業活動の販売面で把握するか原材料の購入面で捕捉するかはその場合に応じて適宜に処理してゆく必要があろう。例えば石油精製業ではガソリンからプラスチックに至るまでその産出物は多岐をきわめているが、購入面については一様に原油で統一することが出来る。第三は資料の蒐集領域の広域性の問題である。観察結果によると生物界に於いてはそれが狭少になるほどＯＲＩモデルの適合性の高いことが示されるが、それについていうならば市場形成領域の境界を十分適当にとることが肝要ということになろう。いずれにしても一般的には市場に参画している諸企業が他の参入者によって引き起される変化に対してきわめて鋭敏にそれらを知覚し得るような市場構造であれば分析対象として十分望ましいものといえよう。

しかしながら、実際にＯＲＩモデルを適用する場合は、さらに具体的かつ慎重な配慮がなされねばならないことはいうまでもない。これは後述するように規模分布といった単純なアナロジー概念によって複雑な競争状況を記述あるいは説明しようとする試みがもつ宿命でもある。

本書はこうした慎重かつ専門的な考察を背景にアメリカに於けるポルトランドセメント（年間生産高）、鉄鋼（各種製品年間生産高）、ニューヨークに於ける日刊新聞（週間発行数）、石油精製（一日当り精製量）、合成ゴム（年間生産高）の諸市場に具体例を求め、解析については各市場に対して総合、地域別、規模別などの様々な観点から全部で四七ケースに分類し、各ケース毎に観測値、最小自乗法で△を推定した場合のモデルのあてはめ、△を0とした場合のあてはめ、△を0とした場合を中心に標準偏差一単位を上下にとった巾、を図示している。

解析結果の詳細についてここで触れることは避けるが、△を特別に推定した場合が総体的にみて最もよいあてはまりを示していることはいうまでもない。さらに続けて著者は以上の市場選択に伴なう包括的な判断基準として、アメリカ全企業を寡占度、出荷額、供給面の地理的範囲、産出物の種類の四つのカテゴリーの各段階に分類し、ＯＲＩモデルの適用可能性大である候補市場として、それが原材料ならびに投資材産業かつ供給面が全国規模であることをつきとめ、そのための一覧表を事業所センサスのコード番号を用いて記述し、参考に供している。

〔四〕　第五章では規模分布として代表的な対数正規分布および

パレート分布とＯＲＩモデルとの関連を若干論じている。

周知のように、時刻tにおける特定企業の規模$u(t)$が対数正規分布にしたがっている事実は、h_tを時間的かつそれとは独立な確率変数とするとき、ジブラの比例効果を示した$u(t+1)-u(t)=h_{t+1}u(t)$から、

$$\sum_{t=1}^{m} h_t \sim \int_0^m du(t)/u(t) = \log\left[u(m)/u(0)\right]$$

とし、中心極限定理の援用によってΣh_tが漸近的に正規分布に従うことから結論される。

今、このような企業n個からなるベクトル$U(t)=(u_1(t), u_2(t), \ldots\ldots, u_n(t))$の動学的変化を考えた場合、時間的衝撃要因$h_t$が構成要素の全ての企業に規模に比例して一様に作用するならば、これらの企業からなる共同社会すなわち市場は相対的に安定であり、明らかにこの限りに於てはＯＲＩモデルも安定的であり適用可能である。しかしながら、一旦h_tが各構成要素に対して規模に比例しているとはいえ独立に作用するならばＯＲＩモデルの対象外になり、各企業が同一規模から出発する場合にのみ対数正規分布が有効になる。このように対数正規分布がよって立つ観点からも、ＯＲＩモデルが適切であるのは、市場を構成している各企業の変化が相対的に安定的である場合であることが結論される。ジブラの比例効果については、これからの帰結がひとり対数正規分布のみとは限らず、かなりゆるめた解釈を施こすならば伝統的なユール分布や、その極限形式であるパレート分布をも導出できる。この意味に於て本書で示された数学的展開も興味深く、関連づけが全くないということにはならない。けだし、本章がもつねらいは、あくまでもこうした伝統的な分布がもつ導出過程との対比に於いて、ＯＲＩモデルが依って立つ根拠を先に述べた基本的条件に求めようとする傍証固め以外のなにものでもない。

〔五〕　以上が本書の主旨である。現在、経済、経営部門における量的諸現象の解明に際して、統計的方法が多用されているが、本書のゆき方もその一つである。それは集団現象の記述結果として経験的に導出された度数分布といくつかの仮説から出発して論理的に帰結される数学モデル、つまり確率分布とを対照せしめ、そこにかなりの斉合性もしくはアナロジーが認められるならば、集団現象の存立条件を追求する手がかりとしてモデルの出発点たる仮説が十分意味をもつに違いない、とする行方である。社会現象のように成因が複雑に入り組んでいる場合

にはブラックボックス流の論議にもみられるように、いわゆる外堀から埋めてゆくといった論法も致し方のない場合があろう。そして極端な場合には全く結果的にみて表現が類似しているというただそれだけの理由からその方法が採用されねばならないこともあり得よう。本書のＯＲＩモデルが正にこれであり、著者も指摘している通りそこに限界なり批判点があることはいうまでもない。

私が本書を書評にとりあげたのは、集中度におけるＨ・タイルのエントロピー概念の利用と平行する意味で、規模分布におけるＯＲＩモデルの活用を見過ごすには捨て難い味があるように思われたからである。なお、ＯＲＩモデルの数学的展開については D. E. Barton and F. N. David, "Some notes on ordered random intervals," *Journal of the Royal Statistical Society*, Ser. B, Vol 18, 1956 に詳しいが、期待値については手元に計算結果があるので参考のために載せておいた。

ORI モデルの期待値　$E(x_r)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r}(n+1-i)^{-1}$ の数値結果

	$r=1$	$r=2$	$r=3$	$r=4$	$r=5$	$r=6$	$r=7$	$r=8$	$r=9$	$r=10$
$n=2$	0.2500000	0.7500000								
$n=3$	0.1111111	0.2777778	0.6111111							
$n=4$	0.0625000	0.1458333	0.2708333	0.5208333						
$n=5$	0.0400000	0.0900000	0.1566667	0.2566667	0.4566667					
$n=6$	0.0277778	0.0611111	0.1027778	0.1583333	0.2416667	0.4083333				
$n=7$	0.0204082	0.0442177	0.0727891	0.1085034	0.1561224	0.2275510	0.3704082			
$n=8$	0.0156250	0.0334821	0.0543155	0.0793155	0.1105655	0.1522321	0.2147321	0.3397321		
$n=9$	0.0123457	0.0262346	0.0421076	0.0606261	0.0828483	0.1106261	0.1476631	0.2032187	0.3143298	
$n=10$	0.0100000	0.0211111	0.0336111	0.0478968	0.0645635	0.0845635	0.1095635	0.1428968	0.1928958	0.2928968