研　究　者	所属学系　数理・情報 氏　　名 笠 井 博 則
研 究 課 題	複素数値関数を未知関数とする非線形偏微分方程式の渦点の挙動
成 果 の 概 要	○波動方程式型・シュレディンガー方程式型 今回の研究課題について、波動方程式型・シュレディンガー方程式型については当初計画していた方向での結果がでなかった。 等高線の挙動が追える程度に精度の高い数値計算を試みて、エネルギーを保存する数値計算法を導出しプログラムを作成した。実行結果を実際にエネルギーは一定で計算は進むが、定常解から離れた初期値からの計算では近似解のいくつかの点での値が増大し計算が安定に進まない例が多くあった。定常状態から離れた初期値から行った初期値問題の計算では、不安定性が高く直接的な計算は困難であった。 そのため方針を転換し、まず定常状態の近似解をえることを目的に、本来の方程式にはない人工的な減衰項を入れて計算を行った。これによって、計算は破綻することなく進み定常状態に至ったが、この定常状態と人工的な減衰項がないときの現象との違いの定量的な評価はできていない。　今後は定量的な評価とともに、減衰項を入れない本来の方程式の安定な計算法を検討したい。 ○熱方程式型 熱方程式型のGinzburg-Landau方程式に関する渦点（零点集合）の生成消滅現象を、実部虚部の等高線の挙動を見ることで理解できた。渦点の消滅現象は交わっていた解の実部と虚部の零等高線が外れることによって生じ、生成現象は実部と虚部の零等高線に交点が生じることで起きることが精度のよい数値計算で確認されたので、これを理論的にも確認した。 一般に熱方程式型の単独方程式の場合、零等高線の挙動は、等高線自身の曲率と等高線近傍の勾配ベクトルの空間変化・非線形項の値で記述されるが、渦糸解が生じる複素数値関数を未知関数とする方程式の場合は実部と虚部の相互作用が生じるため状況がやや複雑になりうる。 幸いなことに熱方程式型のGinzburg-Landau方程式の場合、非線形項が勾配ベクトルの絶対値でL∞ーノルムで抑えられるため、少なくとも一定時間内での挙動の単調性が示せる。我々はある特別な状況下（実部・虚部の零等高線はともに凸閉曲線になっていて、それぞれの閉曲線が囲む領域の重心は他方の領域に含まれない）での渦糸解の消滅を示すことができた。 ○その他の方程式 小山・町田らが提唱したBose-Einstein 凝縮のモデル方程式は変数変換をすることで減衰項のあるシュレディンガー型のGinzburg-Landau方程式の連立方程式に書き直すことができる。この方程式について、時間局所的な解の存在・一意性を示した。この方程式の直接計算では、パラメータを変えることでBose-Einstein 凝縮に関連したさまざまな現象が再現できている。 今後はこれらの現象に対応する解の解析を行いたい。