書　評

M. D. Mesarovic, D. Macko, Y. Takahara; Theory of Hierarchical, Multilevel Systems

mathematics in science and engineering
Vol. 68, Academic Press, xiii＋294 pp. 1970.

新　家　健　精

本書はシステムにおける調整問題（Coordination Problem）に対して、これと真正面から取組み、これを定式化し、その数学的理論展開を試みたM・D・メザロビッチ（Mesarovic）を中心とする著者達のこれまでの一連の意欲的成果を体系化した、当該領域にとっては礎石ともいうべき一書である。

全体は二部に分かれている。第一部は調整問題の定式化のための総括的な検討を主とする第一章から第四章までの「多階層システム（Hierarchical Systems）」であり、第二部は具体的な理論展開を与えた第五章から第八章までの「調整の数学理論（A Mathematical Theory of Coordination）」である。

以下、本書の進行に応じて、内容の素描とともに問題点の指摘を試みるが、評者自身の立場からして、取扱上に多少の粗密があることをあらかじめお断りしておこう。これはいうまでもなく本書の評価対象が、定式化に到る背景、中核モデルとしての2水準モデルの特性及びそれにまつわる調整原理、そしてその理論的結論をめぐる三つの問題点に分けられると思うからである。

第一章では本書が研究対象としているような構造をもつシステムが現実に存在していることを、鉄鋼産業における製造工程、石油化学におけるエチレン製造・ナフサ分解過程、電力産業における電力供給システムに求め、次いで従来の企業組織理論と本書における多水準システム（Multi-level System）との相互関係に於てこの多水準システムからの接近がいかなる特性

を具備しているかを、経済システムなどをも参照しつつ比較検討している。内容の詳細については以後で十分示される筈である。

第二章については少し立入って考察しよう。ここでは多水準システムの数学的定式化のための諸概念を明確にし、その定式化を容易にするところに意図が置かれている。まず、多水準あるいは多階層的構造とはどのようなものであるかを問いかける。これに対し、これらの本質を次のようにいっている。すなわち、いかなる階層システムもそれがいくつかのサブシステムの垂直的配列から構成されているとする。ここでシステムとはデータのインプットからアウトプットへの一般的な変換機能を指しているものと解釈すればよい。そしてこうした垂直方向に順序づけられた各水準のサブシステムはより高次のサブシステムから影響をうける、つまり、より高次のサブシステムほど行動および目的において、優先権を確保しているとする。これが干渉の権利である。これにより命令系統については下方向へ情報が流れるが、一方、システム全体の成功は当然のことながら、各水準のサブシステムの遂行（Performance）に依存していることはいうまでもない。この意味から遂行に際しては干渉に対立する存在としてのフィードバックが含まれていなければならず、これが上方向への情報の流れになる。こうしたフィードバックは一般に低次水準におけるほど外部環境の変化に対して顕著であることなどが指摘される。

以上から端的にいって垂直的配列、干渉の権利、フィードバックが多階層システムを形成する主要概念としてとらえられている。

次いで多階層システムの基本形式に触れている。基本形式は層（Strata）、多層（Layers）、多編隊型システム（Multi-echelon System）に大別される。層は説明もしくは抽象過程における一般的なレベル概念であって、分解された各層の作用内容は一般に相互依存的とは限らないのが特色である。これに対し多層は意志決定におけるレベル概念であって、通常は垂直方向に配列されており、高次から低次レベルへと順に決定が実施されるようなものである。典型的なパターンとしては高次から順に、戦略の選択レベル、不確実性除去のための情報蒐集レベル、最適行動の模索レベルから構成される生産システムにおける決定過程が挙げられる。他方、多編隊型システムは、その概念が適用されるためにはシステム全体が明確に識別可能な相

互関連的ないくつかのサブシステムから構成されていること、サブシステムに意志決定を実施するものが介在していること、各決定単位（unit）が他の決定単位によって影響もしくは制御されるという意味で階層的配列にしたがっていること、等が要請されることから、いわゆる人間の組織関係で代表される通常のシステムがこれに該当し、細分化するならばそこに多様のバラエティーが存在するものである。以上から、これら三つの基本形式がもつ特徴としては、層はモデル化のために、多層は決定問題のサブシステムへのタテ割化のために、多編隊型は決定単位の相互関連性追究のために用意された概念といえよう。こうした多編隊型システムを広域概念とする多階層システムに共通する様相としては、先述したように、より高次レベル単位の方がより広義の視点に立脚している。また高次レベル単位に移行するほど決定に要する時間が長く、行動のために要する期間も長期に亘る。さらに問題自体についても高次レベル単位の方がより多元的な要素と不確定性要因を含んでおり、明確な定式化の困難性の増大を伴なうなどのことが訴えられている。

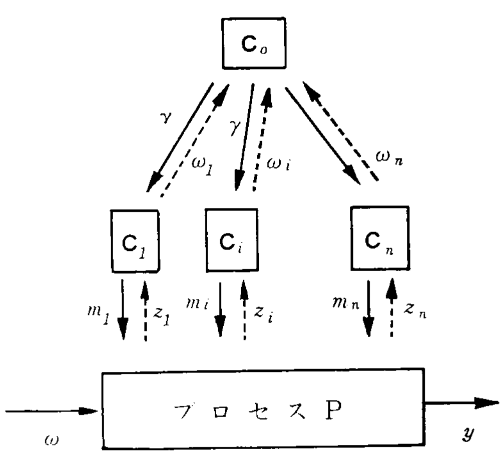
　さて、本章ではさらに、一歩進んで干渉もしくは制御についての考察が進んでいる。この点がまさに第二部にかかわってくる問題である。ここで内容を要約しておこう。行動に関する優先権により高次レベル単位は低次単位に対して、どのような処理を行なうべきかを指令したり、必要な場合には行動選択についても影響を及ぼすであろう。前者は干渉もしくは調整様式の選択（Selection of coordination mode）であり、後者はいわゆる小規模の制御（control in the small）の範疇に属し、これを広義に調整と呼ぶことにする。こうした干渉もしくは調整を論ずる際、重要な点は、それらがとくに同一水準内における低次レベル単位相互間の関連性において把えられることである。この意味から低次レベル単位相互間の関連性を干渉インプット（Interface input）と総称する。したがって調整問題はこの干渉インプットの在り方をめぐっての高次レベル単位の調整パターンの選択に帰着できよう。

　基本的パターンとして次が挙げられる。(イ)相互間予測の調整（Interaction Prediction Coordination）ここでは高次レベル単位が低次単位の干渉インプットを一義的に決定し、低次単位は与えられたインプットを正確に予測されたものとして各々の部分的決定問題の解決を行なう。(ロ)相互間領域推定の調整（Interaction Estimation Coordination）高次レベル単位によ

り低次単位間の干渉インプット各要素の値域が規定される。したがって低次単位は干渉インプット各要因がこれら値域内に値をもつ撹乱要素としてこれを処理する場合である。(ハ)相互間連結の調整 (**Interaction Decoupling Coordination**) 低次レベル単位が干渉インプットを追加的な決定変数として処理し、これを自由に動かせる立場で部分的決定問題を解決する場合。(ニ)荷重型調整 (**Load Type Coordination**) 高次レベル単位が干渉インプットとして低次レベル単位相互間のみならず全システムへの反応の諸関係を提供する場合。(ホ)競合型調整 (**Coalition Type Coordination**) 高次レベル単位が調整として低次単位間の葛藤もしくは競合的諸関係を想定する場合である。これらの典型的パターンのうち、特に(ニ)(ホ)は現実の局面に近接したものといえるが、取扱上からは多くの難点があり、第二部では前三者を対象としている。

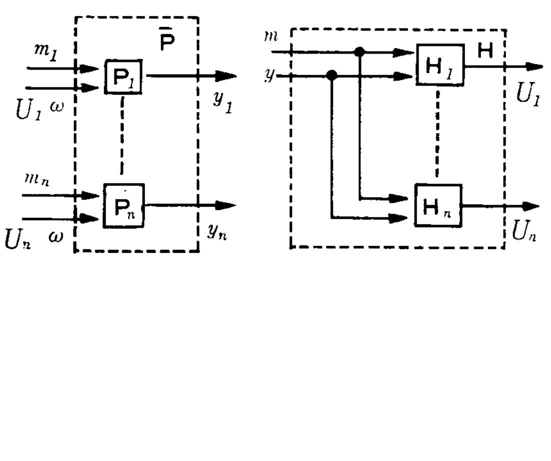
第三章は上述した多階層システムの基本形式に対する数学的定式化を展開しており、第四章は本書の中心である2水準モデルの定式化とそれをめぐっての調整原理の解説と定式化に当てられている。しかしながらこれら両章の内容は実質的には第五章の例にひきつづく個所に集約化されており、この点、展開についてはいささか冗長の感を免れないものがある。しかし、2水準モデルについては、ここで少し立入った説明をしておきたい。というのは本書の自動制御および経営を始めとする社会現象へのアプローチの成否が、まさにこのモデルの適用可能性にかかわっているからである。2水準システムは図のように一つの上部単位 (Supremal unit) C_0 と n 個の下部単位 (**Infimal**

2 水準モデル



unit)C_i ($i=1, 2, \dots\dots, n$) および一つの全体プロセス P から構成されている。縦方向のフローの一方は上部から下部単位へと流れる調整もしくは制御インプット（実線）であり、命令系統を表わしている。上方向（点線）はフィードバックである。プロセス P はインプットとして外部環境たる攪乱要素 Ω に属する ω および各下部単位からの M_i に属する制御インプット m_i を有し、アウトプットとして Y に属する y を生成している。すなわち機能としては写像 $P: M\times\Omega\to Y$ で特徴づけられる。他方、n 個の下部レベル単位 C_i の役割はプロセスからのフィードバック情報 z_i と調整インプット γ ($\in C$) によって写像 C_i: $C\times Z_i\to M_i$ で示される。上部単位 C_0 は C_0: $\omega\to C$ によって与えられる。二つのフィードバックについては z_i が写像 f_i: $M\times\Omega\times Y\to Z_i$, m_i については f_0: $C\times Z\times M\to W$ によって特徴づけられる。この2水準モデルの特色は下部単位間の相互関連性を具体的に結合するために、プロセス P を各々の下部単位が独立に作用する機能部分と関連作用をつかさどる連結作用の機能部分とに分解していることである。前者をサブプロセス $\bar{P}$、後者をプロセス連結関数 (Subprocess coupling function) H と呼んでいる。図を参照されたい。プロセス内において、連結機能 H から各サブプロセス P_i へインプットとして流れるのが干渉インプット u_i ($\in U_i$) である。このとき、$U=U_1\times U_2\times\times\dots\dots\times U_n$, $M=M_1\times M_2\times\dots\dots\times M_n$ とすると、H および $\bar{P}$ はそれぞれ $M\times Y$ および $M\times U\times\Omega$ 上の関数であって

$$H(m, y)=(H_1(m, y), \dots\dots, H_n(m, y))$$



サブプロセス P　　　相互連結 H

$$\bar{P}(m, u, \omega)=(P_1(m_1, u_1, \omega), \ldots\ldots, P_n(m_n, u_n, \varepsilon))$$

となる。

連結作用Hが操作可能であるための必要かつ十分条件は全ての$(m, y, \omega)\in M\times Y\times\Omega$に対して

$$y=\bar{P}(m, H(m, y), \varepsilon)\Longleftrightarrow y=P(m, \varepsilon)$$

なること、すなわち、$y=\bar{P}(m, u, \varepsilon)$, $u=H(m, y)$を満たす解が存在して$y=P(m, \varepsilon)$を得る場合である。なお干渉インプット$u=H(m, y)$は$y=P(m, \varepsilon)$から結局は調整インプットmおよび外部攪乱ωとの関数に帰着する。そこで、この関係を明示した写像$K: M\times\Omega\to U$なる作用をサブプロセス相互作用関数(Subprocess interaction function)と呼んでとくにHと区別して用いることにする。

以上が調整問題に対する具体的な定式化を除いた第一部の内容である。これについて2水準モデルを中心にいくつかの問題点を拾うならば、

一、前半のシステムの基本形式からみた場合、2水準モデルの立場が必ずしも明確に読みとれない。勿論、著者もいっているように、それが多水準システムの本質的性格を備えており、かつ場合によっては複雑な多水準システムもこの基本レベルの複数個からなる組合せによって再現可能であるとしても、果してこれだけでゲーム理論における二人零和ゲームたる地位が獲得できるかは疑問の余地がある。そのよって来たる理由の大半は何にもまして、豊富な具体的示例の欠除に求められよう。

一、後述する展開からも強くこの点が想起されるが、取扱われる2水準モデルが余りにも完全情報的である。そのため、例えば調整可能であるような解を理論的に見出せなくても、電算機によってシミュレーションを実行することにより十分実用に耐え得る近似解が容易に導出できる場合があろう。

一、モデル定式化自身の制約から当然のことであるが、相互作用をプロセス内に抱摂した形式での調整原理のあり方が極めてメカニカルな感が強い。勿論、後章では満足基準といった観点も積極的に打出されてはいるが、例えばJ・コルナイ＝T・リプタックなどの経済システムにおける2水準計画といった展開とどのように関連づけるか興味深い問題である。

などの諸点が直ちに想起される。

第二部に移ろう。ここでは第五章「制約のない最適化システムに於ける調整の一般理論」に於て実質的論議が殆んど尽くされるといってよい。一貫して先の2水準モデルが取扱われてい

るが、二つの仮定すなわち、外部攪乱の効果については存在しないかあるいは、あらかじめ完全に知られていること、全体決定問題および下部決定問題は全て最適問題として与えられていること、が仮定されている。

ここで調整方法の具体的定式化について少し触れておこう。以上の仮定から全体プロセスは写像 $P: M\to Y'$ 干渉インプット U は $H: M\times Y\to U$, $K: M\to U$ で与えられ、下部サブプロセスは $P_i: M_i\times U_i\to Y_i$ で特徴づけられる。今、$M_i\times U_i$ の部分集合を X_i、その要素を x_i と書く。全体最適問題 (Q) は対 (g, M) で与えられる。g は所与の目的関数であり、これは全体プロセス P とパフォーマンス関数 $G: M\times Y\to V$ とから $g(m, P(m))$ によって与えられる。他方、下部単位の最適問題は $g_{ir}(x_i)=G_{ir}(x_i, P_i(x_i))$ で与えられる。ここで下部単位の目的関数がサブプロセスへの分解 P_i にかかわっていることに注意すべきである。全体問題および下部問題の最適解はそれぞれ $g(\hat{m})=\min g(m)$, $g_{ir}(x_i^r)=\min_{x_{ir}} g_{ir}(x_i)$ なる $\hat{m}$ および x_i^r で与えられる。このとき最適化システムの調整可能性 (Coordinability) は次のように定式化される。すなわち、各下部システムにおける (m_i^r, u_i^r) が下部決定問題の最適解である

として、この対を $x^r=(m^r, u^r)$ とするとき、

$$(\exists r)(\exists x^r)(\exists \hat{m})[\pi_M(x^r)=\hat{m}]$$

が成立する場合である。ただし π_M は写像 $M\times U\to M$ であり、調整原理を採択する一般的なルール、すなわち調整インプットの構造を規定している。ここで全体問題を上部単位決定問題として x^r を下部最適解として、以下の二つの調整原理を導入してくる。

〔平衡原理 (Balance Principle)〕相互作用が次の意味で平衡している場合の下部問題の最適解と全体問題の最適解との一致をいうもので

$$(\forall r)(\forall x^r)\exists \hat{m})\{[(m, u)=x^r \text{ かつ } K(m)=u]\Rightarrow m=\hat{m}\}$$

が成立する場合である。相互作用の働きの代わりにパフォーマンスをもってくる場合も考えられる。

〔予測原理 (Prediction Principle)〕 α_r を干渉インプット u^r の予測値とするとき、

$$(\forall r)(\forall m^r)(\exists \hat{m})\{[m=m^r \text{ かつ } K(m)=\alpha^r]\Rightarrow m=\hat{m}\}$$

が成立する場合をいう。ただし、この場合には本書でいう目的調整 (Goal Coordination) が伴なっていなければならない。

いずれにしろ、平衡原理は相互作用の構造を調整する場合であり、予測原理は目的関数にパラメーターとして忍び込んだ母数に対して上部と下部の最適解が一致をみるような正確な予測を期待するものである。

以上が定式化に到る第三節までの骨子であるが、先に述べたように第五章が本書の中核的存在であるため、以後しばらくは本章の各節にみる理論展開について内容とともに少しく評価めいたことがらを述べておこう。

第四節では2水準システムの上部システムと下部システムとのいわゆるレベル間における葛藤（Conflict）の解決をコスト最小の場合について論じている。このため補助概念として、とくに **Apparent-overall objective functions** g_e なる概念、すなわち下部システムの費用関数の相互的かつ明示的な組合せ関数を想定したとき、それが $u=K(m)$ の場合に全体の費用関数に一致するような関数を導入してくる。そしてとくに考察対象として g_e の構造が数学的意味における単調性（**monotonicity**）ならびに狭義単調性（**strict monotonicity**）あるいはその一部概念としての調和（**harmony**）ならびに制約された調和（**restricted harmony**）を有している場合、システムが調整可能であるための条件を丹念に模索してゆく。結果的にはこれら g_e が葛藤の解消したいわゆる単純な構造であることから直観的にも十分首肯できる結論が導出されている。とくに興味深いのは g_e が狭義単調性を帯びている場合、調整可能のための十分条件としての最終結果を形式的に零和二人ゲームの結論にみたてることが出来ることである。すなわち、一方のプレヤーを上部の **Coordinator**、他方のプレヤーを下部システムとし、それぞれの戦略変数を調整インプット γ および x とし、ペイオフ関数を $g_e(x, \gamma)$ としたとき、鞍点タイプとしての

$$\max_{\gamma} \min_{u} \min_{m} ge\,(\gamma, m, u)$$
$$=\min_{m} \min_{u} \max_{\gamma} ge(\gamma, m, u)$$

が帰結されることである。ただしゲームの理論にみられるように本質的に利害関係が対立しているわけではなく、上部も下部もともに費用最小化を目的としているわけであるから、こうした結論を得るためには、上部が底意地わるく全く調整には加担しない行動をもとりうるという仮定を設けなくてはならない。結局、形式的にはスマートな結論が導出されてはいるものの、本質からみれば若干遊離した仮定が入っていることで、実質的には結果をどう評価すべきであろうか。また葛藤の解決として

の単調性や調和概念もとくに目新しいものではなく、チーム決定問題におけるパレート最適や **Single peakedness** の概念と全く平行したものである。これらの諸点からも、葛藤を陽表的に取扱う際のメニカニズ想定に於ける貧困さをあらためて痛感する次第である。

第五節は、調整を可能ならしめるための一手段として、いわゆる下部システムに於ける最適問題の修正にあてられるが、そのための準備的な議論に振り当てられている。内容は全体のパフォーマンス関数が与えられた場合に、これをどのように下部システムのパフォーマンス関数に分解するかというディスアグリゲーションの問題と全体のパフォーマンス関数がその構成要素の変化に伴なってどのように変化するか、そのための一般的定式化への提言、の二つが取扱われている。前者については **apparent-overall function** についてそれが調整インプットの下で不変であるような分解をφバランスと呼び、とくに零和バランスが強調されている。この問題は積極的な見方をするならば、下部単位のウエイト決定の問題ともみなされる。したがって、この意味からは通常の凸一次結合形式のウエイト配分などをもとくに考慮の対象としたいところである。また、後者については通り一片の形式的な処理であるとの感を免れない。こうした問題はやはり具体的な関数形式にもとづく議論、例えば特定の目的関数についてテーラー展開を行なった場合の特性の追究、などが附帯されて始めて説得的展開になろう。第六・七節では第四節に於て検討した葛藤を生じない二つの状況、すなわちシステムが単調性ないし調和性をもつ場合について、平衡原理および予測原理による調整が可能であるための条件を求めている。そのため、これら二節に於てはとくにこうした二つの原理が具体的な調整インプットの有無に拘わらず形式的に適用可能であるとする、二つの原理による調整可能を云々する一歩手前の拡張された概念としての適用可能性（**applicability**）の概念が仲介されていることに留意しよう。そして例えば第六節ではこの適用可能性をめぐる相互作用平衡原理とパフォーマンス平衡原理の数学的同等性、次いでシステムが制約のない調和性や狭義単調性などの特質を備えた場合のこれら平衡原理による調整可能性の必要十分条件、とくに第四節と平行した必要条件（**5.21式**）が吟味されている。この展開は第七節に於ても同様である。ただ予測原理の性格からいって、そこに **Goal Coordination** が存在する場合としない場合とに議論が分けら

れていただけである。いずれにしてもこれら両節を通じていえることは、むしろこうしたシステムにおける葛藤の欠除がいかに調整可能の成立、もしくはそのための展開を容易ならしめているか、を浮彫にしているの一語につきよう。

第八節はこれまでの議論とは代って、上部単位にとっての具体的な調整プロセスの問題が二つの視点からとりあげられている。一つはこれまで検討をみてきた調整原理を適用する際の最適解を求めるための繰返し手続きに関する抽象的定式化であり、一つはこうした調整原理に直接関係なく上部単位が最適問題としての全体問題を取扱う場合の態度に就いてである。この後者の問題は、例えば問題設定のあり方をめぐってシステム全体系に対する完全な情報を有していない場合などに生ずる深刻な問題でもある。とりわけここでは全体問題をそのまま上部システムの問題に置換する場合と apparent-overall function が与えられた際にこれをもって上部システムの問題とする場合、この二つの場合の相対比較が論ぜられている。いうまでもなく前者については各下部システムが明確な形式で認識されていないというきわめて重大な支障を含んでいる。一方、後者についてはいくつかの利点、例えば apparent-overall function が直接全体パフォーマンスに連関していること、さらには最適制御インプットに対するテスタビリィティの確立、などが認められよう。しかしながら、この後者の局面は前者のそれに比べ、著しく全体問題としての情報が増大している事実を看過してはならない。

以上、第五章については各節ごとにやや具体的に問題点の指摘なり、評価なりを行ったつもりである。これ以降についてはとりあえず各章の内容を素描しておこう。

第六章は前章の結果をさらに拡張深化せしめている。すなわち、ここでは全体プロセスならびにサブプロセスの行動に対してその時間的変化を考慮した微分方程式体系による接近としてのいわゆる動学化のケースである。これと同時に各目的関数も一定時間経過した場合の積分表示で附与されている。内容の進行はこうした体系下での二つの調整原理による調整可能性の成立条件の追跡であり、その結果は前章とほぼ類似しているといってよい。ただし取扱いについては前述した写像が全て線型ノルム空間上で定義されており、例えば行動系が線型微分方程式体系で与えられる場合の相互作用平衡原理による調整可能なための最適制御インプットの導出といった結論が出ているが理解

に際しては、かなり専門的な数学知識が要求される。

第七章は制約のある最適システムおよび数理計画問題における調整について論じている。そのため、まず全体の制御インプットがある領域内に制限される場合を対象とし、これと許容的な下部システム決定領域との望ましい関係、すなわち後者が成立すれば常に前者が成立するというバランス概念を導入し、与えられた2水準システムが単調性を有し、かつバランスされている場合には相互作用平衡原理が適用可能であること、さらに問題を特殊化して全体および下部単位決定問題がともに凸計画問題として定式化された場合の調整可能性をバランス概念とともに論じ、最適制御インプットを導出している。とくに後半ではこれら凸計画問題が線型計画問題に置き換えられた場合の調整可能性に言及し、この二重線型計画問題の下部単位における制約条件の分解過程の特殊性を従来のダンチッヒ＝ウオルフによる制約条件の分解原理との対照において評価している。

続く第八章ではこれまで除外されてきた外部攪乱要因をも考慮の中に入れたオンライン調整の概念が確立されている。そこではあらかじめ与えられた参照コントロールインプットによって全体問題たる費用関数の値を一定水準に決めておく、他方、ある調整インプットγが与えられた場合、これから各下部単位が最適な制御インプットの値を導出したとき、これら最適制御インプットから生成される全体制御インプットの下での費用関数が今述べた一定値以下であれば、その調整は成功しているとする、いわゆるオンライン調整の基本概念が定式化され、例えば、これまで取扱わなかった相互作用推定原理による適用可能条件などが導出されている。さらにまた、費用関数の上昇を抑える因子として全体コントロールインプット以外の構成因子をもってくるならば、それに直ちにH・サイモンの述べる満足基準に移行することが指摘されている。

以上、第二部は表題に示されるように、第五章を中心とした調整問題に対する数学理論として展開されている。しかしもう一方の現実の側からの観点に比重をかけるならば、むしろ強引すぎる程特殊な葛藤の解決した状況の中での調整条件の探究よりは、第七章でとりあげたように、最適解が特定の数理計画問題の中で把えられるといった解決自身に則した状況や、第八章のオンライン調整といった展開の方を実際状況に隣接した切迫感をもってこれを迎えることができよう。

なお最後になったが、評者自身本書を書評としてとりあげる

に到った動機が最近展開を試みられているチーム決定問題の側からの接近であるため、従来の組織理論もしくはシステム理論などの観点からする十分な評価を行ない得なかったうらみなしとは言い切れないこと、および本書全体に盛り込まれた多くの結果に対してこれだけで十分評価し尽しているとは云い切れないことをつけ加えておかねばならない。

しかし、いずれにしても従来からその着手が困難視されていた多階層システムに関する調整問題の定式化に対して、真正面からこれと取組み、定式化をはかるとともに多くの理論的成果を結実した著者達の先駆的業績に対してはこれをいくら高く評価してもしすぎることはあるまい。