書評

H・タイル著

「経済学と情報理論」

Henri Theil "Economics and Information Theory" 1967, pp. XXII+488.

新家健精

一、著者H・タイルについてはいうまでもなく、近代経済学とくにその量的分析の分野において、現在最も多様な研究活動を続けている一人である。本書はこうした多角的な著者の研究業績の中、情報理論とりわけエントロピーと呼ばれる情報概念と密接な関連をもった諸結果を集録体系化したものである。したがって内容も極めて多岐にわたっており、評価を進める際にも全体的な観点というよりはむしろ、各章にみられる著者の着眼点のよさ、あるいは着想の豊かさにその特色を見出すべきであろう。さらに、これに加えて特筆すべきことは分析手法の提起にとどまることなく、その全ての場合に現実データを適用し解析を行なっている点である。本書がかなりの頁数に達しているのはそのためである。こうした意味から、以下では分析手法の原理に対する解説ならびに検討に力点は注ぐものの、資料面の整備と加工とに払われた努力に対して、これを高く評価することには決して躊躇するものではない。

全体は十一の章から構成されており、内容からこれらは四つの部分に大別される。すなわち情報概念の経済学的意味づけを展開した第一章〜第三章、指数論的展開を前提とした需要方程式をめぐる諸問題を取扱った第四章〜第七章、企業の集中度および産業連関理論への応用を主体とする第八章〜第十章の第三部と連続概念に基づく場合の考え方を述べた第十一章である。以下これらの分類に沿って議論を進めるが、本書の最大の成果は第二部なかんづく第六章に示される理論展開に認められることをあらかじめ注意しておこう。

二、第一部は次の三章からなる。

第一章　情報概念

第二章　期待情報量

第三章　条件附確率を含む経済諸関係

一般的概念としての情報たるメッセージを量概念としてどのように把握するかについては、これを確率 x の関数として $h(x)=-\log x$ で表現することが極めて合理的である。これについてはシャノンの貢献が大である。これから情報を受取る以前の特定事象の生起に対する確率を x_1、以後のそれを x_2 とするとき $h(x_1)-h(x_2)$ でもってメッセージがもつ情報を定義する。第一章ではこの量をめぐって、あらかじめ予測を調査することによってどの程度の情報が獲得出来るか、Information gain なる量を設定する。具体的なデータから、これを算定する手段として次の予測—実現表 (prediction-realization table) を考える。例えば特定の経済変数、あるいは指標に対して、それが来期「増大」するか「不変」か「減少」かを多数の企業に問合せ、それを今期の結果とともにこれらの比率を同一の表に明示する。すなわち、数 f_{ij} は予測を i としたものの中で結果が j であったものの頻度である。したがって $f_{ij}/f_{i\cdot}$ は i なる予測

予測 ＼ 実現	減少　不変 (j)　増大	
増大 不変 (i) 減少	…… f_{ij} ……	$f_{i\cdot}$
	…… $f_{\cdot j}$ ……	

が正しかった確率と解釈出来る。これを事前の $f_{i\cdot}$ と比較した $h(f_{i\cdot})-f(\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot}})$ が、information gain である。特定のデータから例えば物価、労働力、利益率等について不変なる項目についてはこの値が小さいことが示され興味深い。また各期毎にこのような表を作成するならば時間的推移の変化をも観察出来る。以上の特定事象に対する情報概念は一つの事象系の下における期待情報量すなわちエントロピーとして拡張されよう。第二章における分析用具がこれである。これについては x_i を事前確率情報を受取った後の事後確率を y_i、とするとき特定の事象について断言するまでには至らない間接的メッセージの期待情報量として Information content $I(y:x)=\sum y_i \log y_i/x_i$ が定義される。これは先の予測—実現表において、実現 x_i を事前的なもの予測を y_i に解釈するならば、従前の結果に比較して情報を得たことにより、それがどう予測に反映したかこの場合の情報として $I(y:x)=\sum\frac{f_{ij}}{f_{i\cdot}}$

$\log f_{ij}/f_{i.}f_{.j}$ を提供するための根拠を与えている。この量は t 期における予算構造 x_i が次期に構造 y_j に変移した場合、t 期においてどの程度情報が不確定であったかを示す情報の不確定度 information inaccuracy を与える尺度としても解釈出来る。また、これらの差により情報入手経路の改良等も定義可能である。以上の予測—実現表を中心とした情報量の諸概念はそれを構成する確率の時間的性格の差異によって主として特徴づけられるが、以下の各章を通じて一貫して使い分けられている。

条件付確率をめぐる経済諸関係の分析が第三章である。勿論、これについては二変量および多変量データの場合の条件付エントロピー概念が重要な役割を果すことはいうまでもない。今、三変量XYZがあるとして、標識 X_i が生産計画の変更方向を、Y_j が受注量の見込具合を、Z_k が在庫状況を指定するとしよう。特定の Y、Z の組に対して X がどのような行動をとるかが当面の問題である。とくに $i=1, 2.\ j=1, 2, \ldots, m.\ k=1, \ldots, n$ のような状況にあってはロジットと呼ばれる量 $L_{jk}=\log f_{jk}/1-f_{jk}$（$f_{jk}$ は条件附確率 $\frac{p_{ijk}}{p_{.jk}}$ に相当する頻度）、例えば生産計画を縮少するよりはむしろ前向きに正の方向に変更しようとする information content が問題とされる。このとき、L_{jk} の計算に当っては mn 個の f_{jk} から一つ一つ計算するよりは、線型モデル $L_{jk}=\alpha+\beta_j+\gamma_k$ を設定し $m+n-1$ 個の母数の推定を行なっても大差のないことが示されている。交互作用の仮定を考えない場合の information content すなわち、ロジットに対する線型モデルの推定については統計学の分野からも興味ある問題である。

このようなロジットに対する接近は例えば所得 x_1、世帯の大きさ x_2 が、自動車の購入チャンス p にどう影響を与えるか、いわゆるロジット回帰 $\log\frac{p}{1-p}=\alpha+\Sigma\beta_h x_h$ の問題にまで拡張されよう。この考え方は $F(\cdot)$ を正規分布関数とするとき $p=F(y)$ を考慮するプロビット分析と形式的には同一である。ロジット回帰式の推定に伴なう困難性は左辺の p の実現値をいくつか作成するために原データを幾組かに分割しなければならないことである。つまりグループへの分割方法に恣意性が介入してくる事実である。この分割方法の影響について三章の最後に簡単なシミュレーションを実施しているが決定的な結論は出ていない。

以上が第一部の概略であるが、これについて希望を述べるならば、まず確率については全てデータ側からの相対頻度的な解釈が付されているが、例えば経営政策の決定者個人としての主

観的確率の推移に対する情報の価値の説明をつけ加えるべきであった。条件付確率を用いる場合の示例が乏しく、とくに三章のロジット量に対しては、具体的な必要性をもった状況をより豊富に載せるべきであった、の二点が指摘されよう。

三、第四章〜第七章が二部の指数論的展開を計っているが、第四章は他とは独立した内容をもっているため別個にとりあげたい。

第四章　所得の不平等性の尺度

n人中、ある個人iの所得の占める割合をy_iとする。ここでエントロピー $H(y)=\Sigma y_i \log\frac{1}{y_i}$ を考え、これをその最大値から引いた量 $\log n-H(y)$ に着目するならば、全ての y_i が $1/n$ の場合ゼロ、特定の y_i が1の場合 $\log n$ となり、値が大である程、所得の配分が不均衡なることを示す不平等性の尺度となる。これについては相対的所得の増加については影響を受けない。N人中M人によって全所得が均等に配分される場合は比率 $0=\frac{M}{N}$ により、$\log 1/0$ となりNの増加に伴なう上界の無制限的増大に対して一貫した解釈が可能である。特定の二人について注目し、これらの割合の和を一定にしつつ、二人の間の割合を変化させた場合にも全体としての不平等性の尺度はこの事実を正確に追跡する、といった諸点から妥当性が付与される。この尺度を用いる分析の要点はN人全体をG個のグループに分割した場合、全体の不平等性の値が分散分析のようにグループ間の不平等性とグループ内の不平等性との和で書き表わされることである（具体例については第三部において触れる。）f_iに対して対数正規分布のような連続所得分布を仮定した場合の不平等性の尺度の値も求められ、現実データから例えばアメリカ合衆国では白人よりも白人以外の人間間の不平等性が一貫して高いことが示されている。さらに特定地域の全体に対する人口構成比をx_i、その所得の占める比率をy_iとし、information content $I(y:x)$を考慮することにより、人口構成比を基調とした所得構成の乖離の状況の分析が可能である。これについてもグループ分けした場合の分解が可能になる。この概念は極めて広汎な用途を保持していよう。例えば人口構成比に対する交通事故発生件数の割合等を考慮することにより、交通政策の決定に対する一つの接近が可能になる。以上の展開における問題点はいうまでもなくグループ分けの方法であり、これについては十分の注意が必要であることはいうまでもない。また国際間の不平等の

比較、人口構成比を不変とした場合の不平等性の時間的推移等も議論可能であるが、これに関連してここではとくに移住の所得格差に対する影響度を問題としている点で興味深い。具体的には次を設問する。すなわち、より富裕な国家への移住の傾向は認められるか、これにより人口構成比に変化を来し所得格差が是正可能か、である。第一問に対しては明らかにデータからその事実を認めることができるが、第二問については解答が極めて困難である。勿論、移住先が大国である場合には、その国自体の出生死亡による影響に包摂されてしまう可能性が大きい。しかし著者はこのような事態を考慮外としても、簡単な二国家モデルに関する不平等性尺度を検討することにより、その困難性の存在を突き止めることが出来るという。結論的にはどの所得階層が移住するかに依存するということになるが、どの階層が移動するかという問題に就いては著者のいうように **Maxwell demon on Ellis Island** のなせる業と解釈する以外に解決はなさそうである。

以上の経済分析における特性の尺度概念は当然、なんらかの経済指数の構築にまで拡張発展するであろう。こうした意識を背景に第五章を検討しよう。

—H・タイル著「経済学と情報理論」—

第五章　価格および物量の比較問題に対する統計的接近

財によっては a 地域で高価なものが b 地域で比較的低廉であったり、この逆の場合が生じたりする。このような状況を総合的に分析するため二地域における物価水準の比較のための指標をまず作成しよう。i 財の a 地域における価格を p_{ia}、量を q_{ia} とし、$m_a=\Sigma p_{ia}q_{ia}$, $w_{ia}=p_{ia}q_{ia}/m_a$ とすれば、**Value share** w_{ia} は総支出において財 i が占める割合であり、総支出を貨幣で算定した場合、各単位の価格を等しい確率で選択するならば、これは第 i 財が選ばれる確率を示している。双方の地域の w_{ia}、w_{ib} の相加平均を w_{iab} として、比較のための価格指標 $\pi_{ab}=\Sigma w_{iab}\log p_{ia}/p_{ib}$ を定義する。物量の場合を K_{ab} とする。勿論、こうした接近は尨大且つ系統的な指数作成方法の一つに過ぎず目新らしい着眼とまではゆかないかもしれない。経済指数に対する種々のテスト規準が存在すると同様、ここでも要素逆転テストに相当する $\pi_{ab}+K_{ab}=\log m_a/m_b$ を満たすかどうかを考察するならば、そこに不完合せ δ_{ab} の存在が認められる。しかし、これは π_{ab}、K_{ab} に比して十分小さいことが証明される。

以上の二地域の比較を対称とする指標は、これを多地域に同

時的にわたるものとして拡張可能であるかどうかが次の問題として生じる。この問題は所謂 Circular relations すなわち $\pi_{ab}+\pi_{bc}=\pi_{ac}$ つまり、$\pi_{ab}=\pi_a-\pi_b$ といった表現形式がとり得るかどうかという問題に帰着する。そのため π_{ab} からなる行列 Π を考え、ベクトル $\pi'=(\pi_1,\ldots\ldots,\pi_N)$, $l'=(1,1,\ldots\ldots,1)$ として $\Pi=\pi l'-l'\pi+V$ を設け、V を最小にするようにベクトル π を決定すればよい。結果として $\pi_a=\frac{1}{N}\sum_{b=1}^{N}\pi_{ab}$ を得る。そしてこの近似をとることによって生じる V の影響は価格、物量双方の指数の大きさに比べて十分小であることが示されている。

以上の二地域間の考え方は二時点間における物価水準の時間的変化の研究にも当然適用される。そして実はこれが第二部において中心的役割を演ずる指数である。今、演算子 D を定義して $Dp_{it}=\log p_{it}/p_{it-1}$ とする。即ち、対数の変化を考慮することになる。$\overset{*}{w}_{it}$ として w_{it} および w_{it-1} の相加平均として値 $Dp_t=\Sigma_i\overset{*}{w}_{it}\,Dp_{it}$ の時間的系列を観察することにより長期にわたる価格水準の変動が究明される。i に対するグループ分けに関しては、例えば $Dp_{it}, i\in\hat{\delta}_g$ について $Dp_{gt}=\frac{1}{\overset{*}{w}_{gt}}\Sigma_{i\in\hat{\delta}_g}\overset{*}{w}_{it}\,Dp_{it}$ $(\overset{*}{w}_{gt}=w_{gt}+w_{gt-1}/2,\ w_{gt}=\Sigma_{i\in\hat{\delta}_g}w_{it})$ を考えればよい。なお要素逆転テスト $Dp_t+Dq_t=Dm_t+\delta_t$ による不完合せ δ_t については次の荷重分散形式

$\sum_{t=1}^{n}\overset{*}{w}_{it}(Dw_{it}-\hat{\delta}_t)^2$ を考え、これを形式的に価格 p による部分 Π_t、q による部分 K_t、p と q による共分散部分 Γ_t に分割し検討を深化せしめることが可能である。これら Dp_t を始め Π_t Γ_t 等諸量の現実データからの説明とその行動に関しては七章で再びとりあげることにする。注意すべきことは、本章で取扱ったこれら Dp_t なる指数が、次章で展開される消費者需要理論において、その計量的側面の具体化を計る量として重要な位置を与えられていることである。

第六章　消費者の配分問題

第七章　消費者配分問題に対する経験的説明

ここではまず、各財の購入量を変数とする消費者の効用関数 u に対して二次微係数の存在等を含めた諸仮定を設けた後、次に述べる基本行列方程式の導出から出発する。すなわち、予算制約条件式を所得および価格で偏微分することにより行列表示による二本の方程式を求め、一方、所得および価格を一定とした場合の効用の極大条件について同様に価格および所得の微小変化に伴なう効用関数の運動方程式を行列表示で二本求め、以上四本からなる連立方程式を基本行列方程式とする（スルツ

キー方程式導出のための条件式)。基本行列方程式の解に於いて、価格の変動に対する財の購入量の微小変化の部分をとり出すと、

$$\frac{\partial q_i}{\partial p_j}=\lambda^0 u^{ij}-\frac{\lambda^0}{\partial\lambda/\partial m}\cdot\frac{\partial q_i}{\partial m}\cdot\frac{\partial q_j}{\partial m}-\frac{\partial q_i}{\partial m}\cdot q_i^0$$

が得られる。(iは財iを、mは所得、λはラグランジェ乗数たる所得の限界効用、添字oは極大条件の下における解をそれぞれ表している) 右辺については第一項の代替効果、および第三項の所得効果に加えて、予算制約式に関するuの運動方程式を同時に考慮したために生ずるいわゆる著者のいう一般的代替効果 (general substitution effect) が第二項に入ってくる。

さて、Value share $w_i=\left(\frac{p_i\, q_i}{m}\right)$ に関する全微分に着目し

$$dw_i=w_i(d\log p_i)+w_i(d\log q_i)+w_i(d\log m)$$

における項 $w_i(d\log q_i)$ をとり出し、先述の結果すなわち$\frac{\partial q_i}{\partial p_j}$に関する式を用いてこれを書きかえるならば、次の需要方程式に到達することが示される。

$$w_i\, d(\log q_i)=\mu_i[d(\log m)-\Sigma w_k\, d(\log p_k)]$$
$$+\Sigma_{j=1}^{m}\nu_{ij}[d(\log p_j)-\Sigma_{k=1}^{m}\mu_k(d\log p_k)]$$

$$\mu_i=\partial(p_i\, q_i)/\partial m$$

$$\nu_{ij}=\lambda^0 p_i p_j u^{ij}/m$$

$$\phi=\partial(\log m)/\partial(\log\lambda)$$

u^{ij}は Hessian 行列の逆行列の要素である。勿論効用関数が著者のいう independent preference つまり $u(q)=\Sigma u_i(q_i)$ なる加法性を満たす場合には、Hessian 行列が対角要素のみからなる行列に帰着し、$\nu_{ij}=0(i\neq j)$ となり、極めて簡単な形式になる。

問題は具体的接近を実行するために、連続変化を認めるこの需要方程式をとびとびの時間的変化としての差分に置き換えた場合の解釈である。すなわち、演算子Dを用いると先述の式は

$$\overset{*}{w}_{it}\, D q_{it}=\mu_i\, D\bar{m}_t+\Sigma_{j=1}^{m}\nu_{ij}\, D\bar{p}_{jt}'$$

のように表現される。右辺について第一項 $D\bar{m}_t$ は $D\bar{m}_t=Dm_t-D\bar{p}_t$ であり、これは所得の対数変化から $D\bar{p}_t=\Sigma_{i=1}^{m}\overset{*}{w}_{it}\, Dp_{it}$ なる生計費指数あるいは生活水準指数を引いた、いわゆる実質所得の対数変化分であり、第二項 $D\bar{p}_{jt}'$ は $D\bar{p}_{jt}'=Dp_{jt}-Dp_t'$ であり、これは価格の対数変化から $\Sigma p_t'=\Sigma_{i=1}^{m}\mu_i\, Dp_{it}$ なる限界物価指数を差引いたj財の相対価格の対数変化である。ここで留意すべきことは係数μ_i、ν_{ij}を一定と見做すならば右辺は何れも前章で展開を計った計測可能な指数として表現されている点である。

これと全く同様の議論が、所得および価格の関数としての所得の限界効用 λ についても展開出来る。この結果を用いるならば先の需要方程式は

$$\overset{*}{w}_{it}\, Dq_{it} = \sum_{j=1}^{m} \nu_{ij}(Dp_{jt} + D\lambda_t)$$

と書き表わされ、需要方程式に於いては $D\lambda_t$ が全ての価格に対してデフレーターの役割を演じていることが示される。

さて、以上の解析の主要用具たる生計費指数 Dp_t および限界物価指数 Dp_t' は当然、従来からの解釈の上に立脚する、いわゆる著者のいう真の生計費指数 (**true cost of living index**) $p^c(\mathbf{p}\mid\mathbf{p}_0, \nu)$ および真の 限界物価指数 (**true marginal price index**) $p^M(\mathbf{p}\mid\mathbf{p}_0, \nu)$ に関連をもつことが予想される。前者は効用を一定 ν とした場合の基準時点における価格ベクトル $\mathbf{p}^0$ および比較時点における価格ベクトル $\mathbf{p}$ の下における必要所得の大きさの比であり、後者はその分母子を ν で偏微分した。つまり ν の増加分に対する比として定義される。これらと Dp_t、Dp_t' との関連、および p^c と P^M との関連は数学的にはかなり粗い漸近式ではあるものの、量的関連の存在が確かめられる。

第七章は以上第六章で展開された需要方程式に関する理論構成に対して、これを経験データの側から補完する意図で書かれている。データは全て第五章で取扱ったヨーロッパ経済共同体における炭抗労働者に関するものである。

まず、前章の離散型の需要方程式において実質所得の項を量に置き代え、これに攪乱項をつけ加えた次式を仮定する。

$$\overset{*}{w}_{it}\, Dq_{it} = \mu_i\, Dq_t + \sum_{j} \nu_{ij}\, D\bar{p}_{jt}' + v_{it}$$

このとき攪乱項 $\boldsymbol{v}$ の分散共分散行列に対する理論的接近を計るため次の限界効用ショックモデルを考える。すなわち、効用関数 $u(\mathbf{q}) = \mathbf{a}'\mathbf{q} + \frac{1}{2}\mathbf{q}'\mathbf{u}\mathbf{q}$ を仮定し、これについて基本行列式を導出し、${}^{\triangle}\mathbf{q}$ について解く。このとき限界効用とくに ${}^{\triangle}\mathbf{a}$ に攪乱的ショックを持ち込み、${}^{\triangle}\mathbf{q}$ に関する攪乱は全て ${}^{\triangle}\mathbf{a}$ のショックに包括されてしまうものと仮定する。後は ${}^{\triangle}\mathbf{q}$ と ${}^{\triangle}\mathbf{a}$ との関係式に μ_i、v_{ij} を適当に代入し、${}^{\triangle}\mathbf{a}$ の平均および分散に自然な仮定を導入するならば、**preference independence** の場合について $Var\, v_{it} = \sigma^2 \mu_i (1-\mu_i)$ $CoV(v_{it}, v_{jt}) = -\sigma^2 \mu_i \mu_j$ (σ^2 は適当に決めることが出来るバロメーター) が結論される。この需要方程式は単一の財に対するそれであるが、アグリゲーションも第四章で取扱う方法で簡単に行なわれる。**preference independence** の場合の攪乱項 $\boldsymbol{u}$ の分散共分散行列の式については四財の下で、与えられたデータからおどろくべき程の当てはまりの良さでその

経験的成立が示されている。

攪乱項に対する解明の次に問題となるのは value share なる荷重 w_{it} についてであろう。これについては $\hat{w}_{it}$ に関する予測がどのように information inaccuracy $I_t=\Sigma w_{it}\log w_{it}/\hat{w}_{it}$ に影響を与えるかについて議論すればよい。$\hat{w}_{it}$ に対する推定方式として、(i) $\hat{w}_{it}=w_{i,t-1}$、(ii) $\Delta w_{it}=(\mu_i-w_{i,t-1})Dq_t+w_{i,t-1}Dp_{it}+\sum_{j=1}^{m}\nu_{ij}Dp_{jt}'+u_{it}$ を用いる方法（但し μ_i、ν_{ij} は一定、Dq_t、Dp_t については t まで予測可能とする。攪乱項については期待値0を入れる）(iii) 相対価格は不変、すなわち、Dp_t の項を0とし Dq_t を別個に推定した場合、以上の三つの場合についてデータから I_t を算出しているが、結論にはどの推定方法をとってもそう大きな差が生じないことが確認されている。

こうした観点は需要方程式の残りの要因、すなわち、係数 μ_i ν_{ij}（これまでは一定と仮定してきた）を推定した場合に生じる $\hat{W}_{it}$ への効果、そして最終的には Dp_t、Dq_t の集計に伴なう諸影響に抵触してゆかざるを得ない。第七章ではその大半をこうした要因についてそれらが主としてデータの集計からどのような影響を蒙るかについて、与えられたデータを駆使して徹底的研究を行なっている。これに伴う副産物として luxury-necessity index および equivalent income change の二概念が派生するが、名称を列挙するにとどめておく。

以上が第二部の主要展開である。いずれの章も多くの示唆を含んでいることは事実であるが、第四章については、尺度概念の拡張として Renyi が提唱する位数 α のエントロピー概念の適用可能性があることを附言しておきたい。第五章における circular relations の考え方は興味深いものがある。前述したように第六章の需要方程式論は本書の主要な位置を占めているが、その基本行列方程式の導出過程については、消費者需要理論としての既存のスルツキー方程式の導出過程と本質的差異はないことに注意しておこう。ただ諸量を同時的に考慮し、縁なし Hessian 行列を考慮したため、通常の代替効果の部分が分割され、著者のいう一般的代替効果が介入したのである。本章においてみるべき展開はこの結果を需要方程式に組み入れ、既に述べた指数概念と結合し、計量可能な段階にまで理論の深化発展を計ったことにある。翻がえって、指数論の立場からこの状況を考察するならば、Dp_t、Dq_t 等これらの指数はそれが経済諸関係の中で把握され、位置づけられている意味で、本論はいわゆる原始論的指数の段階から関数論的指数の段階へと指数の本

質的性格に対して飛躍を与えたことに他ならない。

三、以上の諸理論については、その主要な対称が微視的経済現象にあったことはいうまでもない。これに対して第三部の第八章～第十章はいわゆる巨視的水準の経済現象の分析に対する、情報理論の貢献を計っている。

第八章　産業の集中度と企業の配分問題

第九章　投入産出分析における集計問題

第十章　国際貿易分析における情報概念

第八章はその分析手法において、第四章における情報量の分解、第六章における需要方程式の導出と全く平行している。前半の産業の集中度の測定については量エントロピー $H(y)$ をそのまま用いている。したがって特定メーカーの市場占有率が100％の場合には0であり、全く事業の占有率を保持する場合には最大値 $\log^N$ をとる。四章における不平等の尺度 $\log^N-H(y)$ を採用するに至らなかった理由は $\log^N-H(y)$ の分解を行なった場合はいわゆる between set entropy の解釈が適切でないためである。$H(y)$ における分解を示すならば

$$H(y)=H_0(y)+\Sigma Y_g\, H_g(y)$$

$$H_0(y)=\Sigma_{g=1}^{G} Y_g \log\frac{1}{Y_g}$$

$$H_g(y)=\Sigma_{i\in S_g}\frac{y_i}{Y_g}\log\frac{Y_g}{y_i}$$

ただし、$i=1, 2, \ldots\ldots, N$, $g=1, \ldots\ldots, G$, $Y_g=\Sigma y_i$ $(i\in S_g$ y_i は第 i 企業の市場占有率である。$H_0(y)$ が between set entropy に相当し $H_g(y)$ が within set entropy である。説明データとしては一九三六～一九六四年間におけるアメリカ合衆国における自動車メーカー21社をとりあげ $G=4$ の場合の時間的推移を検討している。このような分割の可能性は対称としてのデータの性格に依存していることはいうまでもない。例えばこれに加えて新規購入自動車の登録データが利用可能ならば、その分析が需要者側に立脚するとしても、地域分析の概念を加味したより精密な分解とそれに伴なう諸検討が用意されるのは当然であろう。さらに特定グループの内容構成の変化に伴なう影響度も測定可能になる。後半については、生産関数の制約式と最小にすべき費用関数が与えられるならば第六章と全く同様に生産理論に関する基本行列方程式が導出可能である。解法に際しての困難性は、いわゆる Hessian に相当する行列が constant return to scale の場合特異になり、非特異の仮定が

不可能なことであるが、若干の数学的工夫を加えることによりこれが解決されている。結果の応用については具体的データからは検討されていない。代替の弾力性が一定であるC・E・S生産関数を仮定した場合には、形式的に需要方程式の結果と全く一致することが指摘されている等である。

投入産出表をめぐる諸問題が第九章で取扱われている。各生産部門の国内総生産ベクトルを$\mathbf{X}$、投入係数行列をA、家計消費および政府経常支出等の最終需要ベクトルを$\mathbf{f}$とするとき、$(t+i)$期に対する中間財需要ベクトル$\mathbf{Z}_{t+i}$の推定値は$\mathbf{Z}_{t+i}=\mathbf{f}_{t+i}A_t(I-A_t)^{-1}$で与えられる。問題はこの予測過程において、分析の必要上あるいは統計的処理の必要上などの理由から集計問題が介在することである。本書では$\mathbf{Z}$を今のように予測し、これをアグリゲートした結果と、あらかじめこれに対応するアグリゲーションを総生産部門$\mathbf{X}'$で行ない、これに対応する係数行列A'および最終需要ベクトル$\mathbf{f}'$を用いて$\mathbf{Z}'$を算出した場合との誤差について触れている。一次的接近としてのこの誤差は、各部門において総生産に占める最終需要の割合が等しい場合およびある意味での homogeneity 構造を係数行列に付加する場合にゼロになることが示されている。この結果は当然・付加価値部門についても成立する。一方、投入産出表の表中の値は、これに適当な調整を加えることにより二変量確率分布からの実現値をみなすことが可能である。すなわち第i部門から第j部門へのフローをx_{ij}とするならば$p_{ij}=x_{ij}/\Sigma\Sigma x_{ij}$で与えられる。このとき Information Content $I=\Sigma\Sigma p_{ij}\log\dfrac{p_{ij}}{p_{i\cdot}p_{\cdot j}}$、つまり各フローの Independence patern $p_{ij}=p_{i\cdot}\cdot p_{\cdot j}$（明らかにこの場合は投入産出表が不要になる）からの乖離を示す尺度を考え、この量と適当なアグリゲーションを行なって得られる$I_0=\Sigma\Sigma p_{gh}\log\dfrac{p_{gh}}{p_{g\cdot}p_{\cdot h}}$との差異$I-I_0$が議論の対称となる。結論的には$I$は$I_0$と投入および産出に関する heterogeneity ならびに total cell effect の和で示されることがわかり、したがって理論展開としてはこの際の投入ならびに産出に関する heterogeneity の値と先述の一次的誤差を0にする意味での heterogeneity との関連性の究明になる。

国際貿易の分析に対する情報概念の利用を述べたのが第十章である。問題はy_{ij}をi地域からj地域への財およびサービスの流れの割合とするとき、各地域の総輸出入の割合$y_{i\cdot}$、$y_{\cdot j}$が与えられた下でy_{ij}を推定するものである。これは統計資料の不整いな後進国における部門別輸出入額推定問題等と関連しており、

現実的要請は大きい。しかし用いられている考え方、手法についてはこれまでのいずれかに帰着出来る意味で二番煎じの感を免れない。解決手段として Information inaccuracy の概念を用いて二通りに示されるが詳細については省略する。

以上の展開についてとりあげるべき観点は Information content あるいは Information inaccuracy の概念を適用する際、典型的には分割表における cell の値といわゆる周辺分布との問題、すなわち independence pattern が焦点となる事実である。言換えるならばこうした分析の採否は independence pattern が当該問題に対してどの程度説明力を具備しているかにかかっているといえよう。

第四部についてはそれが

第十一章　連続概念における情報概念と
誤差分散の分解

および数表とから構成されている。第十一章については、例えば分散が一定の場合にエントロピー最大となる分布は正規分布であるといった連続分布概念の下における主要な結果が示されている。今、予測を何段階かに分割して行なう場合を想定する。これについては著者がオランダ中央計画局の具体例を挙げている。x_{ith} として t 年度の第 i 変数に関する h 段階における予測値とする。さらに予測は常に第七段階に於いて最終的な真の値、すなわち、ある意味で完全な観測値を得るものと考える。このとき誤差分散 $\varepsilon(x_{ith}-x_{it7})^2$ に注目する。誤差分散をとりあげた妥当性の一つに x_{ith} に対して正規分布を仮定した場合エントロピー量が平均に影響を受けず σ^2 にのみ依存することが挙げられる。分散分析と同様、この分散を i、t、h の各成分に強引に $\varepsilon(x_{ith}-x_{it7})^2=A_i^2B_t^2C_h^2$（$A_i^2+B_t^2+C_h^2$ でないことに注意）に分解する。具体的な分解方法については触れないが、実際 $A_iB_tC_h$ の段階的な求め方が示される。この展開に伴なう諸議論を Information gain から解明を迫ったのが主要な内容である。

数表については数表 A に n~1(1)1000, 1000(10)10000 について $\log_2 n$, $\log_e n$ が、数表 B について p~0.001(0.001)1,000 について $\log_2\frac{1}{p}$, $\log\frac{1}{p}$ 等かなり詳細に行届いた表を添付し、便宜を供している。

以上が本書全体の展望である。これについて結論出来ることは、経済現象についてその状況を説明するところの何らかの分

割表形式が与えられるならば、常にこうした接近が可能な事実である。極言するならばこうした実行可能性に量的分析がもつ普偏的特性を見出すことが出来るといってよい。勿論、こうした接近によって、例えば第六章の如き隠された問題点の発掘ならびに結果の導出に十分の意義を見出すならば、そして本書はこうした意味で十分推稿されているが、はじめてこれは確かに量的分析の対称たり得るわけである。しかし分析用具がもつ数学的特性としての魅力に引きずり込まれ、幻惑の中の陶酔と引換えに、問題の本質に迫る接近態度を見失うならばそれこそ本末転倒であろう。これは筆者自身への警鐘であり読後感でもある。